Hannele Ikäheimo MAOL-syyspäivät 4.10.2014

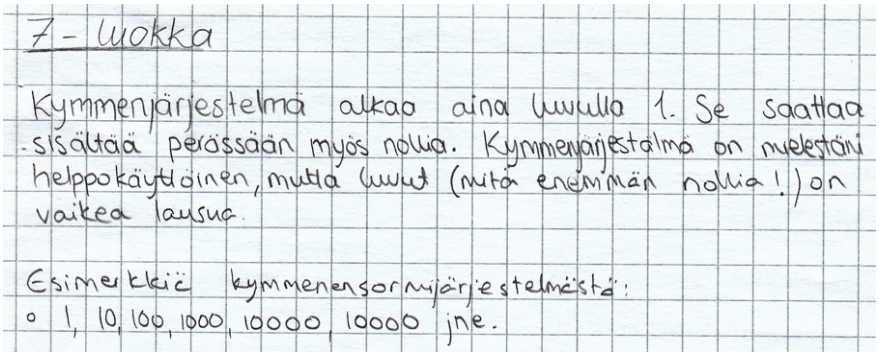
Kymmenjärjestelmä desimaalilukujen ja mittayksiköiden muunnosten pohjana

A. Miten saadaan desimaalilukuihin ymmärrystä 10-järjestelmän avulla?

B. Miten saadaan mittayksiköiden muunnoksiin ymmärrystä ja niiden hallinta pysyväksi tukipisteiden ja 10-järjestelmän avulla?

A. Desimaalilukuja kymmenjärjestelmän avulla

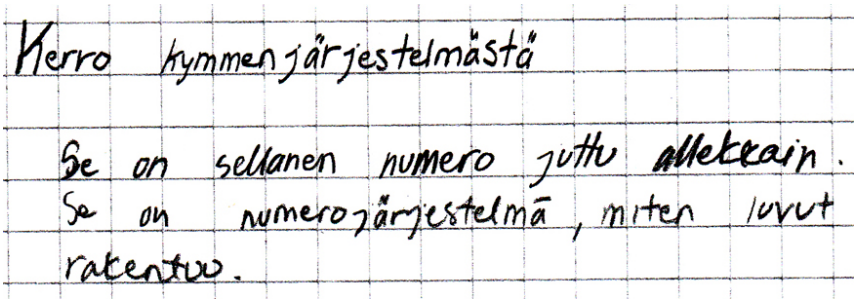
Oppilaiden käsityksiä 10-järjestelmästä


7-luokka

Kymmenjärjestelmä alkaa aina luvulla 1. Se saattaa sisältää perässään myös nollia. Kymmenjärjestelmä on periaatteessa helppokäyttöinen, mutta luvut (mitä enemmän nollia!) on vaikea lausua.

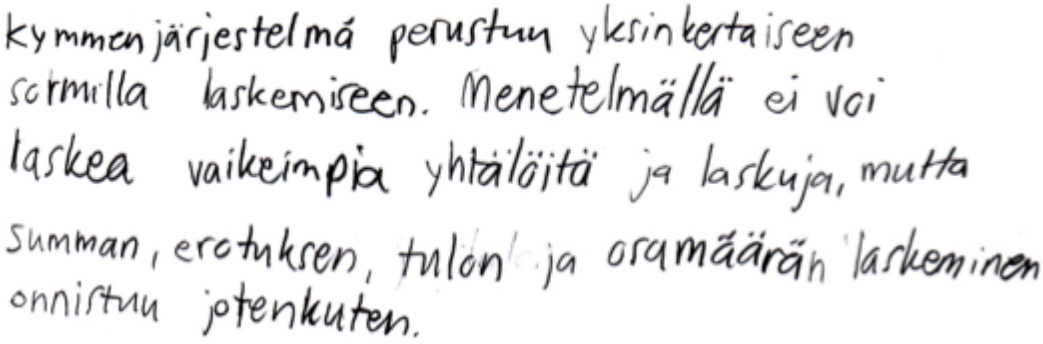
Esimerkkejä kymmenensorjärjestelmästä:
- 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000 jne.

8.-luokkalainen:


Kerro kymmenjärjestelmästä

Se on sellanen numero juttu alkeksin. Se on numerojärjestelmä, miten luvut rakentuu.

9.-luokkalainen:


kymmenjärjestelmä perustuu yksinkertaiseen sormilla laskemiseen. Menetelmällä ei voi laskea vaikeimpia yhtälöitä ja laskuja, mutta summan, erotuksen, tulon ja osamäärän laskeminen onnistuu jotenkuten.

Virheitä ja syitä virheisiin:

0,5 < 0,125 koska 5 < 125, niin 0,5 < 0,125

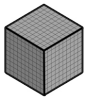
3,3 + 1,03 = 4,6 koska ei ymmärretä desimaaliluvun käsitettä

10 · 1,3 = 1,30 koska 10 · 13 = 130, niin 10 · 1,3 = 1,30

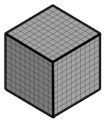
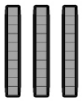
132 : 100 = 0,132 koska ei hallita 10-järjestelmää eikä jakolaskun käsitettä

OPS 2016 luonnos luokille 3 – 6: **"Tavoitteena on varmistaa, että oppilas ymmärtää kymmenjärjestelmän periaatteen sekä desimaaliluvut sen osana."**

Kymmenjärjestelmän periaate: Jokainen lukuyksikkö on 10-kertainen edelliseen lukuyksikköön verrattuna ja 10:s osa sitä seuraavasta lukuyksiköstä.
Mitä se tarkoittaa konkreettisesti, kun luvut rakennetaan 10-järjestelmävälineillä.

	T	S	K	Y ,	ko	so	to
1							
10 · 1 = 10							
10 · 10 = 100							
10 · 100 = 1000							
1000 : 10 = 100							
100 : 10 = 10							
10 : 10 = 1							
1 : 10 = 0,1							
0,1 : 10 = 0,01							
0,01 : 10 = 0,001							

Miten luvusta saadaan kymmenesosa?

	T	S	K	Y ,	ko	so	to
1034							
1034 :10 = 103,4							
103,4 : 10 = 10,34							
10,34 : 10 = 1,034							

Luvut kirjoitetaan taulukon muotoon eri vaiheita ääneen selostaen:

	T	S	K	Y,	ko	so	to
1034	**1**	**0**	**3**	**4**			
1034 :10 = 103,4		**1**	**0**	**3,**	**4**		
103,4 : 10 = 10,34			**1**	**0,**	**3**	**4**	
10,34 : 10 = 1,034				**1,**	**0**	**3**	**4**

Miten voidaan korjata virheitä?

Virheellisen ratkaisun $0,5 < 0,125$ luvut rakennetaan paikka-alustalle ja huomataan, että luku 0,5 on suurempi kuin luku 0,125.

	Y ,	ko	so	to
0,5				
0,125				

Vastaavalla tavalla rakennetaan esimerkiksi alla olevat laskut paikka-alustalle:

3,3 + 1,03 = **10 · 1,3 =**

B. Mittayksiköiden muunnoksia

Virheitä ja syitä virheisiin

* **Lukion alussa** oppilas osasi täydentää:

km, hm, dam, m, __, __, __ —> **km, hm, dam, m, dm, cm, mm**

Tämä vastaus oli näkyvillä, kun hänen piti täydentää massan yksiköiden lyhenteet: __, __, __, g, __, __, __

Oppilas kirjoitti: "En muista massan yksiköitä."

* Kysytään: **Miksi tarvitaan hehtometriä ja dekametriä?**
Jos opetetaan pituuden yksiköitä ilman hehtometriä ja dekametriä, niin pitää muistaa kuinka monta yksikköä jää tyhjäksi: mm, cm, dm, m, __, __, km
Silloin oppilas voi vastata kuten tämä 9. luokkalainen, joka ei ollut oppinut mittayksiköiden yhteyttä 10-järjestelmään.

9. luokkalainen poika osasi täydentää pituuden yksiköiden lyhenteet:

km, hm, dam, m, __, __, __ —> km, hm, dam, m, dm, cm, mm

Kun kysyin, kuinka monta metriä dekametri on, hän ehdotti 10 metriä.
"Kuinka pitkä on yksi hehtometri?" "Koska yksi kilometri on 1000 metriä, niin yksi hehtometri on 500 metriä."

* **Virheitä eräässä 9. luokassa keväällä 2014**

1 m = 0, 1 dm	1 m = 0,01 dm	
1 m = 0,1 km	1 m = 0,01 km	
30 kg = 300 g	30 kg = 3000 g	
1 m^2 = 0,1 dm^2	1 m^2 = 10 dm^2	1 m^2 = 1000 dm^2
6 dm^3 = 0,6 *l*	6 dm^3 = 6000 *l*	

Maitopurkin tilavuus on 0,1 m^3 ja 10 dm^3.

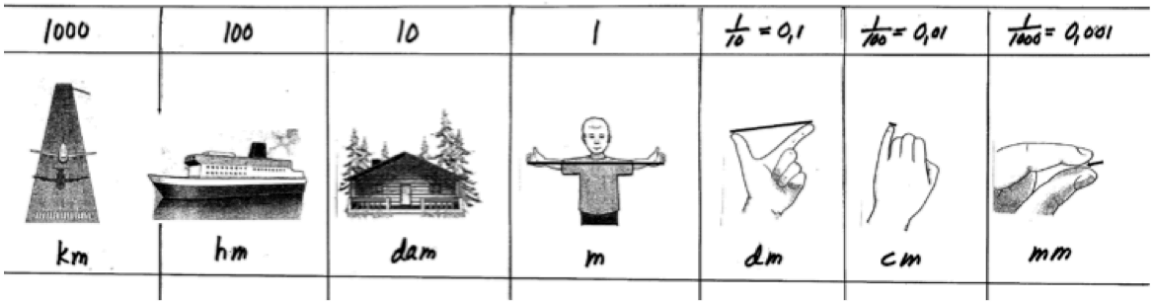
* Nämä virheet voivat johtua siitä, että arjessa ei enää mitata samassa määrin, kuin aikaisemmin. Luokilla 1 – 6 ei yleensä mitata erilaisilla mittausvälineillä. Tällöin mittaustulokset voitaisiin ymmärtää ja vähitellen myös muistaa. Mittaamista kahteen suuntaan pitäisi korostaa: 1 m = 100 cm ja 1 cm = 0,01 m.

Erillinen mittausvihko olisi tarpeen. Siihen oppilaat voivat merkitä mittaustuloksiaan lukuvuoden aikana.

Mittayksikkötaulut ja tukipisteet kuvina

Olen tehnyt mittayksikkötaulut, joissa on piirroskuvia tukipisteistä:
pituus, massa, tilavuus litroina, pinta-ala ja tilavuus kuutioina.

Pituus



Taulusta löytyvät ne pituudet, jotka voidaan itse näyttää (mm, cm, dm ja m).
Liitetään pituudet oppilaiden omiin kokemuksiin ja keksitään niihin tukipisteitä.

Olen liittänyt **jokaiseen mittayksikköön 6 korttia**, jotka oppilaat voivat asettaa järjestykseen mittayksikkötaulujen mukaisesti. Alla pituuteen liityvät kortit.

1000	10^3	KUVA	km	kilometri	Kiitoradan pituus
100	10^2	KUVA	hm	hehtometri	Laivan pituus
10	10^1	KUVA	dam	deka-metri	Mökin leveys
1	10^0	KUVA	m	metri	Levitettyjen käsien välinen etäisyys
0,1	10^{-1}	KUVA	dm	desimetri	Peukalon ja etusormen välinen levitetty etäisyys
0,01	10^{-2}	KUVA	cm	senttimetri	Sormen leveys
0,001	10^{-3}	KUVA	mm	milli-metri	Peukalon ja etusormen välinen pienin etäisyys

Pituuden yksikkömuunnoksia

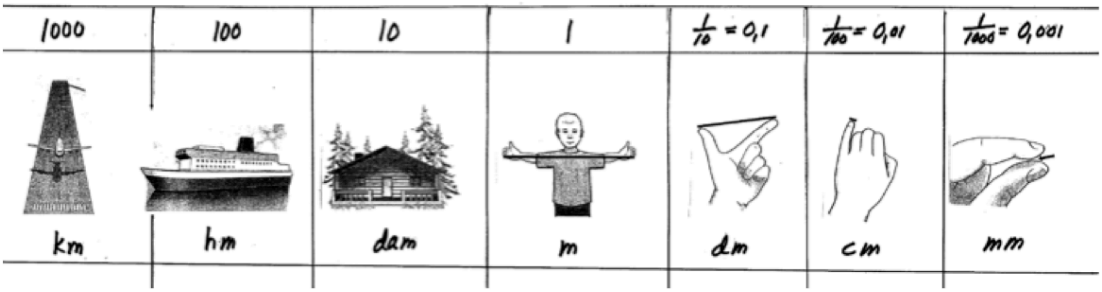
Useimmiten osataan 1 cm = 10 mm, mutta 1 mm = _____ cm ei osata.

Tämä muunnos myös osataan 1 m = 100 cm, mutta 1 cm = _____ m ei osata.

Tätä voidaan konkretisoida esimerkiksi metrin pituisella uraviivaimella, 10-sauvalla ja 1-kuutiolla: 100 cm = 1 m ja 1 cm = 0,01 m ja tämä luetaan:
yksi senttimetri on sadasosa metristä**.**

Desimaalilukujen lukemiseen kannattaa kiinnittää huomiota:
0,1 luetaan yksi kymmensosa ja 0,01 luetaan yksi sadasosa ja 0,001 yksi tuhannesosa.

Muunnoksia voidaan tehdä piirroskuvia sisältävän mittayksikkötaulun avulla:



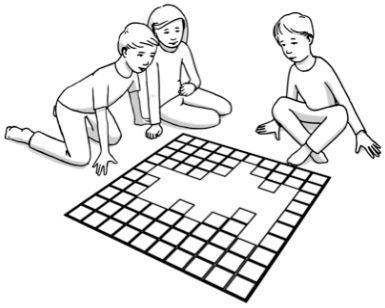
Esim. 1. Muunna 3 m 5 cm senttimetreiksi. Se tarkoittaa kolmea metriä, ei yhtään desimetriä, mutta lisäksi tulee viisi senttimetriä: 3 m 5 cm = 305 cm.

Esim. 2. Muunna 1 cm metreiksi. Se tarkoittaa yhtä senttimetriä, ei yhtään desimetriä, eikä yhtään metriä. Koska muunnos halutaan metreinä, “metri-nollan” jälkeen tulee pilkku: 1 cm = 0,01 m.

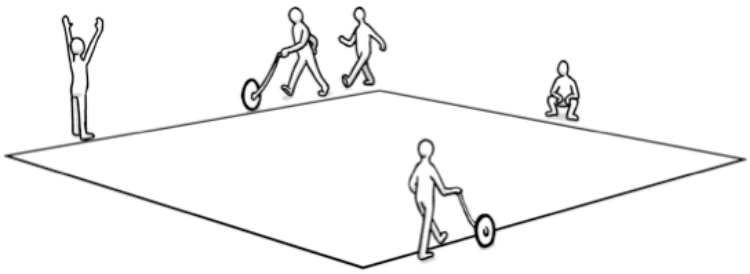
Esim. 3. Muunna 1 m = _____ km.
Metrin kohdalle ykkönen ja siitä vasemmalle kilometriin asti nollia. Koska halutaan pituus kilometrinä, “kilometri-nollan” jälkeen tulee pilkku: 1 m = 0,001 km.

Pinta-ala

Neliömetrin kokoinen neliö voidaan tehdä
neliödesimetrin kokoisista pahvineliöistä ja todeta, että $1\ m^2 = 100\ dm^2$



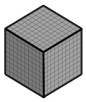
Aarin kokoinen neliö voidaan tehdä pihalle. Aari = $10\ m \cdot 10\ m = 100\ m^2$

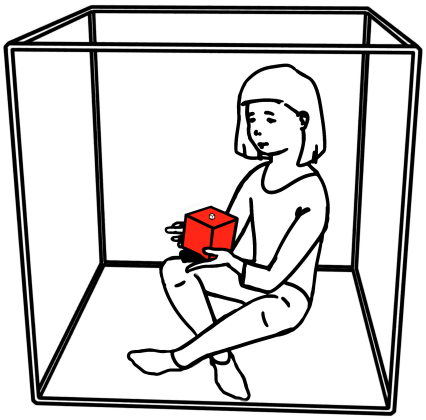


Hehtaarin kokoinen neliö voidaan tehdä mittapyörän avulla pellolle.
1 hehtaari = $100\ m \cdot 100\ m = 10\ 000\ m^2 = 100$ aaria

Tilavuus kuutioina ja litroina

Tilavuuksia ja niiden välisiä suhteista voidaan tutkia 10-järjestelmävälineiden avulla.

1 dm^3	100 cm^3	10 cm^3	1 cm^3
			
1 *l*	1 dl	1 cl	1 ml



Lisätietoa

- Hannele Ikäheimo: ALVA, Ammattilaskennan valmiuksien kartoitus (opikko.fi)
- Hannele Ikäheimo: KYMPPI-kartoitus, 10-järjestelmän hallinnan kartoitus (earlylearning.fi)
- Hannele Ikäheimo: KYMPPI-kirja, Matematiikan osaaminen vahvaksi 10-järjestelmällä (earlylearning.fi)
- Mittayksikkötaulut ja tukipisteet sekä kortit (tevella.fi)
- opperi.fi > Mitä uutta? > Päivityksiä-kohdasta löytyvät Hannu Korhosen artikkelit ja arviot Dimensiossa ja eDimensiossa (10.2.2013, 27.2.2013 ja 18.3 2013)

Piirrokset: Ilari Lampinen